INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN MARAMUREŞ

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – 28 februarie 2015
clasa a XI – a
Filiera teoretică - Profil real - Specializarea Ştiinţe ale naturii

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ x^2+x & 2x & 1 \end{pmatrix}, x\in\mathbb{R}$

a) Să se calculeze $A(x)\cdot A(y), x,y\in\mathbb{R}$

b) Să se arate că matricea $A(x)$ este inversabilă $(\forall)x\in\mathbb{R}$ și să se verifice că $A^{-1}(x)=A(x),(\forall)x\in\mathbb{R}$

c) Să se calculeze $A(1)\cdot A(2)\cdot\ldots\cdot A(2015)$

2 Fie $A\in M_3(\mathbb{Z})$ o matrice pătratică simetrică $\left(a_{ij}=a_{ji};i,j\in\overline{1,3}\right)$ având elementele diagonalei principale egale între ele și suma elementelor de pe fiecare coloană egală cu $k\in\mathbb{Z}^*$.

a) Să se dea două exemple de astfel de matrici .

b) Să se arate că $\frac{1}{k}\cdot\det(A)$ este un pătrat perfect.

3. a) Să se determine $a,b,c\in\mathbb{R}$ astfel încât $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(\sqrt{x^2+ax+b}+cx\right)=2015$

b) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2^x+3^x+\ldots+2015^x}{2014}\right)^{\frac{1}{x}}$

4. a) Se consideră funcţia $f:(-\infty,4)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} a\log_2(4-x), x\le 2 \\ \dfrac{x^2+x-6}{x^2-7x+10}, 2<x<4 \end{cases}$. Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcția f să fie continuă pe $(-\infty,4)$.

b) Să se determine funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continua în $x=0$,cu $f(0)=0$ și $f(x)-f\left(\frac{x}{2}\right)=x,(\forall)x\in\mathbb{R}$

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează cu note de la 0 la 7.
Timp de lucru 3 ore.
Subiectele au fost propuse şi selectate de către:
prof.Brisc Viorica – Colegiul Tehnic „Anghel Saligny” Baia Mare
prof.Pop Anca –Colegiul Tehnic „George Bariţiu”Baia Mare

SUCCES